

123 (Muster)

~~123~~



Matr. Nr.	
Name	
Platz. Nr.	
Unterschrift	

Fachprüfung: Mathematik/Statistik

Teilklausur: Finanzmathematik

Allgemeine Hinweise (Bitte vor Beginn der Bearbeitung der Aufgaben sorgfältig lesen!)

- Tragen Sie zunächst in die obigen Kästchen Ihre Matr.-Nr. und Ihren Namen (in Druckbuchstaben) ein und unterschreiben Sie.
- Öffnen Sie nicht die Heftung des Aufgabensatzes!
- Die Bearbeitung der Aufgaben (F1-F4) soll unterhalb des jeweiligen Textes, auf der Rückseite der Blätter und den zwischengehefteten Blättern erfolgen. Evtl. notwendige Zusatzblätter sind von der Klausuraufsicht anzufordern. Nicht mit Bleistift schreiben; bemühen Sie sich um eine gut lesbare Schrift.
- **Richtige Antworten werden nur bewertet, wenn der Lösungsweg klar ersichtlich ist; Antworten ohne Rechenweg werden nicht anerkannt!!!**
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, offizielle Formelsammlung zur Finanzmathematik; die Benutzung von elektronischen Funkgeräten (u.a. Uhren), Kontaktaufnahme über Handy (u.ä.) wird als Täuschungsversuch gewertet!

Aufgabe-Nr.	Punkte	
	(maximal)	tatsächlich
F1	5	
F2	11	
F3	8	
F4	6	
Summe	30	

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Die BO-Cash-Bank bietet Ihren Kunden bei einer Geldanlage zur Zeit folgende Zinsen in den ersten 3 Jahren an:

- 1. Jahr: 2%, 2. Jahr: 8%, 3. Jahr: 4,95%

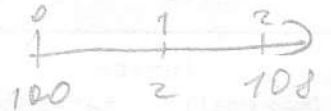
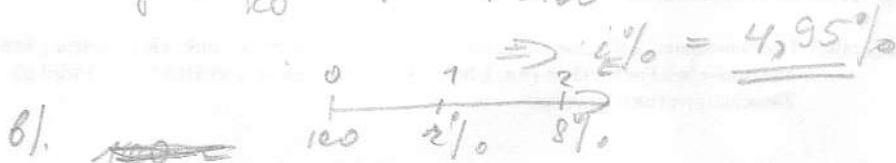
a) Wie hoch ist die effektive jährliche Verzinsung für die gesamte Laufzeit von 3 Jahren, wenn die Zinsen angesammelt werden?

b) Die Kunden können sich die Zinsen und das Guthaben auch jährlich auszahlen lassen.

Am Ende des 2. Jahres überlegt der clevere Student Balthasar Bum, ob er seine bis zum Ende des 2. Jahres erreichte Effektivverzinsung bei Zinsauszahlung noch erhöhen kann, wenn er das Angebot der Bank wahrnimmt und die Anlage noch im 3. Jahr weiterführt! Welche Entscheidung trifft er aus finanzmathematischer Sicht?

a) $K_n = K_0 \cdot q^n \Rightarrow K_3 = 100 \cdot 1,02 \cdot 1,08 \cdot 1,0495 = 115,61$
 Annahme: $K_0 = 100,-€$

$q^n = \frac{K_n}{K_0}$
 $q = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} = q = \sqrt[3]{\frac{115,61292}{100}} = 1,04954756 \Rightarrow$



$100 = \frac{2}{q} + \frac{108}{q^2} \quad | \cdot q^2$

$100q^2 = 2q + 108$

$100q^2 - 2q + 108 = 0 \quad | \text{pq-Formel}$

$q = 1,049278596$

$p\% = 4,93\% \quad i_e = 4,93\%$

$100 \cdot 1,0495 = 104,95€$

$100 \cdot (1,0493)^2 = 110,10 - 100$

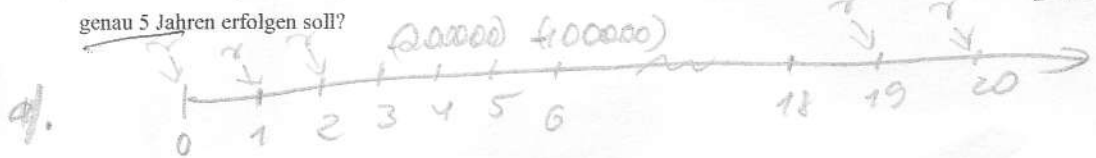
$115,05$

\Rightarrow muss nicht sein!

Aufgabe 2 (11 Punkte)

Der Doktorand Dieter B. hat einen Anspruch auf 20 jährlich nachschüssige Zahlungen von jeweils 50.000 €. Allerdings ist er selbst zu zwei Sonderzahlungen von (1) 200.000 € nach 4 Jahren und (2) von 100.000 € nach 6 Jahren verpflichtet. (Bei allen nachfolgend zu beantwortenden Fragen soll mit einem Jahreszins von 8% gerechnet werden).

- a) Verdeutlichen Sie Ansprüche und Verpflichtungen auf dem Zahlenstrahl und errechnen Sie den Gesamtbarwert aller Ansprüche und Verpflichtungen.
- b) Angenommen der Gesamtbarwert sei 280.000 €. Diesen Barwert möchte Dieter benutzen zum Aufbau einer Privatrente, die in genau 5 Jahren erstmalig und danach noch 10 mal ausgezahlt werden soll. Wie hoch ist der Betrag dieser Jahresrente?
- c) Wie hoch ist die gleichwertige Monatsrate zu der in b) ermittelten Jahresrente, wenn die erste Auszahlung nach genau 5 Jahren erfolgen soll?

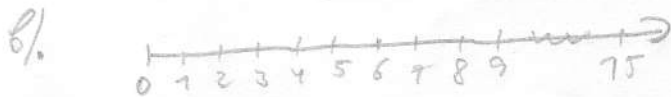


$r = 50.000$
 $n = 20$

$K_0 = \frac{K_n}{q^n} \Rightarrow k_0 = \frac{200.000}{1,08^4} + \frac{100.000}{1,08^6} = \underline{\underline{210.022,93\text{€}}}$

$R_0 = \frac{r}{q^n} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \Rightarrow R_0 = \frac{50.000}{1,08^{20}} \cdot \frac{1,08^{20} - 1}{0,08} = \underline{\underline{490.907,37\text{€}}}$

$R_0 - k_0 = \underline{\underline{280.884,44}}$ (Barwert Gesamt)



$K_0 = 280.000$
 $q = 1,08$
 $n = 5$

$\Rightarrow K_n = K_0 \cdot q^n \Rightarrow 280.000 \cdot 1,08^5 = \underline{\underline{411.411,86}}$

$\Rightarrow R_0' = 411.411,86$
 $r = ?$
 $n = 10 + 1$

$\Rightarrow r = \frac{R_0' \cdot q^{n-1} \cdot (q - 1)}{q^n - 1} =$
 $r = \frac{411.411,86 \cdot 1,08^{10} \cdot (1,08 - 1)}{1,08^{11} - 1} =$
 $r = \underline{\underline{53.360,25}}$

$$c). 53.360,25 \cdot 1,08 = \underline{\underline{57.629,07}}$$

$$r'_E = r_m \left[m + \frac{1}{2} (m+1) \right]$$

$$57.629,07 = r_m \left(12 + \frac{0,08}{2} (13) \right)$$

$$r'_m = \underline{\underline{4.602,96}}$$

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Ein Hypothekendarlehen über 250.000 € soll bei einem Jahreszinssatz von 8% in gleich hohen Jahresbeiträgen, die Zins und Tilgung umfassen, getilgt werden.

- ✓ a) Wie lange muß der Schuldner tilgen, wenn die Anfangstilgung 2% betragen soll. Wie hoch ist die Leistung im letzten Jahr? Stellen Sie zudem den Tilgungsplan für das letzte Jahr auf.
- b) Wie hoch ist die Jahresannuität bei einer Laufzeit von 30 Jahren? Wie ändert sich die Jahresannuität, wenn der Zinssatz nach 10 Jahren auf 6% reduziert wird und bei unveränderter Gesamtlaufzeit (von 30 Jahren) eine Annuitätenanpassung durchgeführt wird?