Prof. Dr. N. Wolik **WS 2002-2003**

Platznummer:

Name: ____________________

Vorname: ____________________

Mat.-Nr.: ____________________

Unterschrift: ____________________

Teilklausur: ANALYSIS (25.01.2003)

Hinweise:

1. Die Lösungen inkl. der Nebenrechnungen können auf der Vorder- und Rückseite der Aufgabenblätter durchgeführt werden. Der Lösungsweg muss klar erkennbar sein. Bitte nicht mit Bleistift schreiben. Bemühen Sie sich um eine gut lesbare Schrift!

2. Lösungswerte sind bei Bedarf bis auf 2 Nachkommastellen genau auszuweisen.

3. Als Hilfsmittel sind erlaubt: Formelsammlung Analysis, Taschenrechner, Lineal oder Geodreieck.

4. Es ist nicht gestattet, die Heftklammern des Klausurexemplares zu lösen.

Viel Erfolg!

Punkteverteilung und Ergebnistabelle:

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Gesamt**
Maximale Punktzahl	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**30**
Erreichte Punktzahl						

1. Aufgabe: (6 Punkte) Bilden Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen:
(**Hinweis: Eine Vereinfachung der berechneten Ableitungen ist nicht erforderlich**)

a) $f(x) = (4x^2 + x)\sqrt[3]{x}$ $f'(x) =$

b) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 5}$ $f'(x) =$

c) $f(x) = \dfrac{x + 4x^2}{2x^2}$ $f'(x) =$

d) $f(x,y,z) = \dfrac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} y^{-3} \ln z$ $f_x(x,y,z) =$

$f_z(x,y,z) =$

e) Berechnen Sie die Hessesche Determinante für: $f(x,y) = 4x^3 + y^3 + 4xy$.

Punkte-Zwischensumme:	

2. Aufgabe: (6 Punkte)

Punkte-Übertrag:

a) Gegeben ist die Gesamtkostenfunktion $K : R_+ \to R \quad mit \quad K(x) = \frac{1}{4}x^2 + 10$.

1.) Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf von K und K' :

2.) Entscheiden Sie über die Richtigkeit der folgenden Aussagen:

K ist konkav.	Richtig:	Falsch:
Die Grenzkosten steigen.	Richtig:	Falsch:
Die <u>variablen</u> Durchschnittskosten sind linear.	Richtig:	Falsch:
Die Durchschnittskosten sind linear.	Richtig:	Falsch:
Bei einem Preis von 6 bietet ein gewinnmaximierendes Unternehmen die Menge x=12 an.	Richtig:	Falsch:
Bei einem Preis von 3 bietet ein gewinnmaximierendes Unternehmen langfristig <u>nicht</u> an.	Richtig:	Falsch:

b) Gegeben ist die Gesamtkostenfunktion $K : R_+ \to R \quad mit \quad K(x) = 10\sqrt{x} + 10$.

Entscheiden Sie über die Richtigkeit der folgenden Aussagen:

Die Kosten sind progressiv.	Richtig:	Falsch:
K ist beschränkt.	Richtig:	Falsch:
Die Durchschnittskosten sind nach oben beschränkt.	Richtig:	Falsch:
K hat einen Wendepunkt.	Richtig:	Falsch:

Punkte-Zwischensumme:

Punkte-Übertrag:

3. Aufgabe: (6 Punkte)

Ein Unternehmen geht von linearen Angebots- und Nachfragefunktionen aus.
Auf einem Testmarkt wird für die Nachfragefunktion $x_N(p)$ ermittelt, dass der Prohibitivpreis 250 €/Stck. beträgt und die Sättigungsmenge 1000 Stck. pro Periode beträgt.
Von der Angebotsfunktion ist die Formel $p(x)=40 + 0,5x$ bekannt.

a) Ermitteln Sie die Formeln der Nachfrage- und der Angebotsfunktion in der Form $x_N(p)$ und $x_A(p)$.

b) Um wie viel Euro darf ein staatlich festgesetzter Preis den Gleichgewichtspreis höchstens übersteigen, wenn ein Überangebot auf 180 Stck. begrenzt werden soll?

c) Verdeutlichen Sie die Situation an einer Planskizze.

Punkte-Zwischensumme:

Punkte-Übertrag:	

4. Aufgabe: (6 Punkte)

Für die Produktion eines Gutes gilt die Funktion der variablen Gesamtkosten $K_V(x) = x^3 - 2x^2 + 2x$. Die fixen Kosten betragen 3 Euro.

a) Bestimmen Sie die Gesamtkosten- und die Durchschnittskostenfunktion.
b) An welcher Stelle wird der Bereich fallender Grenzkosten vom Bereich steigender Grenzkosten getrennt?
c) An welcher Stelle wird das Betriebsminimum erreicht?
d) Welche Preisuntergrenze darf der Marktpreis nicht unterschreiten, damit das Unternehmen (ggfs. auch nur kurzfristig) am Markt anbietet?

Punkte-Zwischensumme	

5. Aufgabe: (6 Punkte)

Punkte-Übertrag:	

Ein Unternehmen produziert mit den Inputfaktoren x und y (jeweils in ME) einen Output.

Die Produktionsfunktion für die Menge des Outputs Z sei $Z = f(x,y) = x^{\frac{1}{4}}\, y^{\frac{3}{4}}$. Eine Mengeneinheit von x kostet 27 Euro eine Mengeneinheit von y kostet 1 Euro.
Es sollen 54 Mengeneinheiten des Outputs kostenminimal produziert werden.

a) Formulieren Sie die entsprechende Optimierungsaufgabe.
b) Mit welchen Inputmengen muss produziert werden, und wie hoch sind die minimalen Kosten?
c) Der Produktionsleiter erinnert sich von einer (früher berechneten) Lösung des zugehörigen dualen Maximierungsproblems daran, dass es optimal war, hierfür mit einem Faktoreinsatzverhältnis x :y = 2 : 162 zu produzieren.
Ist das richtig? (kurze Begründung)

Punkte-Endsumme	